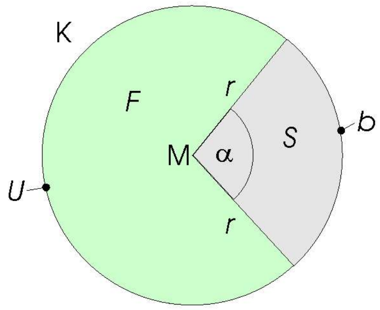
Kreise

Sektor

Der Kreis K um den Mittelpunkt M mit dem Radius *r* hat die Fläche $F = \pi \times r^2$ und den Umfang $U = 2\pi r$.

Die Fläche des Kreissektors (oder Kreisausschnitts) sei *S*, die Bogenlänge sei *b* und der Öffnungswinkel betrage α.



Das Verhältnis der Sektorfläche zur Gesamtfläche des Kreises ist ebenso wie das Verhältnis der Bogenlänge zum Kreisumfang gleich dem Verhältnis zwischen dem Öffnungswinkel und dem Winkel des Vollkreises (360° bzw. 2π):

$$\frac{S}{F} = \frac{S}{\pi r^2} = \frac{b}{U} = \frac{b}{2\pi r} = \frac{\alpha}{360°} = \frac{\alpha^*}{2\pi}$$

Daraus ergibt sich

$S = \frac{\alpha}{360°} \times \pi r^2$ (mit α in Grad) bzw. $S = \frac{\alpha^*}{2} \times r^2$ (mit α^* im Bogenmaß)

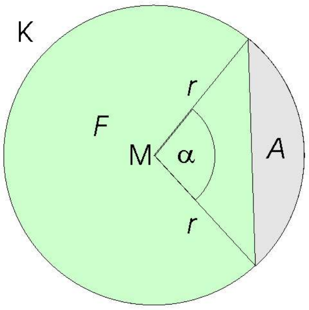
und

$b = \frac{\alpha}{360°} \times 2\pi r$ (mit α in Grad) bzw. $b = \alpha^* \times r$ (mit α^* im Bogenmaß).

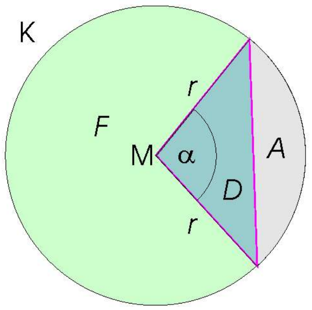
Für die Umrechnung der Winkel gilt: $\alpha^* = \frac{\alpha}{180°} \times \pi$ bzw. $\alpha = \frac{\alpha^*}{\pi} \times 180°$

Der Kreis K um den Mittelpunkt M mit dem Radius *r* hat die Fläche $F = \pi \times r^2$

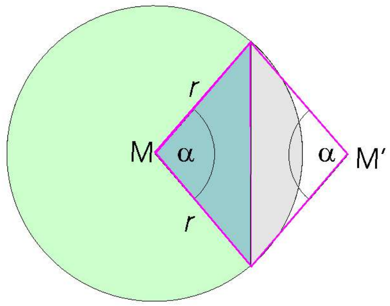
Die Fläche des Kreissegments (oder Kreisabschnitts) sei *A*, der Öffnungswinkel betrage α .



Die Segmentfläche *A* unterscheidet sich von der Sektorfläche *S* (siehe oben) nur um ein gleichschenkliges Dreieck der Fläche *D*.

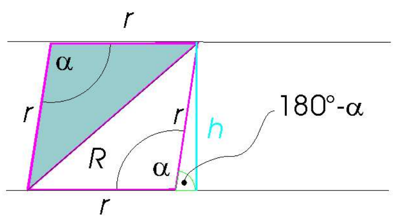


Zur Berechnung von *D* spiegelt man das Dreieck an seiner Hypotenuse und erhält eine Raute der Fläche *R*.



Die Fläche *R* der Raute ergibt sich aus

$R = r \times h$ mit $h = r \times \sin(180° - \alpha) = r \times \sin(\alpha)$ zu
$R = r^2 \times \sin(\alpha)$.



Damit ist $D = \frac{1}{2} R = \frac{r^2}{2} \sin(\alpha)$.

Die Segmentfläche *A* erhält man als Differenz der Sektorfläche *S* und der Dreiecksfläche *D* zu

$$A = S - D = \frac{\alpha}{360°} \times \pi r^2 - \frac{r^2}{2} \sin(\alpha) = \frac{r^2}{2}\left(\frac{\pi\alpha}{180°} - \sin(\alpha)\right)$$ (in Grad)

bzw.

$$A = S - D = \frac{\alpha^{\bullet}}{2} \times r^2 - \frac{r^2}{2} \sin(\alpha^{\bullet}) = \frac{r^2}{2}\left(\alpha^{\bullet} - \sin(\alpha^{\bullet})\right)$$ (im Bogenmaß).